

文章编号: 1000-8055(2010)03-0503-06

盘面温度水平对自由盘层流换热的影响

赵 熙, 徐国强, 陶 智, 罗 翔

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院

航空发动机气动热力科技重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 采用数值模拟的方法, 研究冷气与盘面的温差(即不同盘面温度水平)导致的冷气密度变化对自由盘盘面换热所产生的影响(采用局部努塞尔数的相对偏差进行衡量), 对比不可压空气与可压缩空气的换热计算结果发现: 对于自由盘层流, 盘面过余温度分布曲线的指数、盘面无量纲最大温差以及旋转雷诺数对盘面局部努塞尔数的相对偏差的影响可以忽略, 相对偏差只与盘面无量纲局部温差有关; 通过对计算数据进行拟合之后, 得到了层流时自由盘盘面局部努塞尔数的相对偏差与盘面无量纲局部温差的计算关联式。

关 键 词: 温度水平; 浮升力; 涡轮盘; 自由盘; 换热

中图分类号: V231.1

文献标识码: A

Effect of temperature level on heat transfer on a free disk with laminar flow

ZHAO Xi, XU Guo-qiang, TAO Zhi, LUO Xiang

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engines,
School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100191, China)

Abstract: The effect of density variation caused by temperature difference of cooling air and a free disk on the heat transfer of the disk was simulated numerically. The difference of heat transfer between compressible and incompressible cooling air was compared by the local Nusselt number of the free disk. The following conclusions can be drawn on a comparative basis: the relative difference of the local Nusselt number is dominantly controlled by dimensionless local temperature difference, regardless of the influence of the distribution curve exponent of surplus temperature, dimensionless maximal temperature difference and rotating Reynolds number. A correlation formula of relative difference of local Nusselt number and dimensionless local temperature difference was presented by fitting numerical data.

Key words: temperature level; buoyancy; turbine disk; free disk; heat transfer

航空发动机盘腔内流动和换热类问题研究的基础结构是已有经典研究结果的自由盘。目前对于自由盘的理论分析及数值计算, 多是基于流体不可压假设^[1], 但实际发动机涡轮盘腔内由于高温高压的环境, 冷气密度变化对流动和换热的影响通常会很明显。即便忽略冷气压力变化对密度

所产生的影响, 温差的存在也要导致密度发生变化。如在旋转腔中, 当离心力和温差都很大时, 流体不仅受惯性力、离心力及哥氏力的作用, 还要受到离心力所衍生的浮升力的作用^[2]。

对于由冷气密度变化与离心力共同引起的浮升力对旋转盘腔内流动和换热的影响, 国内外学

收稿日期: 2009-10-26; 修订日期: 2010-01-18

作者简介: 赵熙(1982-), 男, 贵州毕节人, 博士生, 主要从事旋转换热的研究。

者进行了大量研究^[3-10]. Soong^[3] 通过 Boussinesq^[11] 假设引入浮升力, 分别对转静系、同向旋转两盘及反向旋转两盘进行了理论和数值分析. Owen 和 Powell^[4] 实验研究了轴向通流旋转盘腔内的流动与换热, 着重分析了浮升力对流动与换热的影响. King 等^[6] 实验研究了轴向通流旋转盘腔内上下游盘及罩均加热情况下的局部换热. 孙纪宁、陶智等^[9] 通过数值计算的方法研究了高位进气、径向出流的旋转腔内离心浮升力对流动和换热的影响. 田淑青、陶智等^[10] 在旋转坐标系下的动量方程中对离心力项引入了 Boussinesq 假设, 考察了温差与离心力所衍生的浮升力以及哥氏力对轴向通流旋转盘腔内流动和换热的影响.

然而, 以上研究中均只分析了动量方程中的离心浮升力对盘腔内流动和换热的影响, 而对于冷气密度变化对动量方程的综合影响以及由此造成的流动和换热总体差异则未涉及. 本文通过数值计算, 分别采用不可压和可压流体, 对自由盘层流时冷气密度变化对盘面换热的影响进行研究, 着重考察不同盘面温度水平引起的冷气密度变化的影响, 这将为定量分析采用不可压流假设研究涡轮盘腔内换热时所带来的误差提供参考.

1 计算方法简介

不可压流流动和换热的控制方程形式比较常见; 对于可压流, 动量方程与能量方程须联立求解, 在静止或旋转坐标系下, 定常、常物性流体流动和换热的连续、动量、能量方程可参见文献[12]; 本文采用 FLUENT 软件进行计算, 求解静止坐标系下的控制方程, 能量方程中忽略了压力功及耗散项; 各方程的离散采用二阶迎风格式; 压力与速度的耦合采用 SIMPLE 算法.

1.1 计算模型及网格

计算模型为半径 $R = 0.2 \text{ m}$ 的自由盘, 由于模型的轴对称旋转特性, 故只计算自由盘单侧 $r-z$ 平面的二维流体区域, 如图 1 所示; 在自由盘面施加沿切向的旋转速度, 旋转轴为 z 轴; 计算域沿轴向范围为 $0 \leq z \leq 10R$, 沿径向范围为 $0 \leq r \leq 5R$; 计算网格采用四边形网格, 网格数目 $r \times z$ 约为 190×200 ; 由于自由盘附近流体速度及温度梯度较大, 故对盘面附近网格进行加密.

1.2 物性及边界条件

流体工质分别采用不可压空气和可压缩空

气. 对不可压空气, 开放边处 (如图 1, $r = 5R$ 或 $z = 10R$) 流体温度 $T_f = 300 \text{ K}$, 并取此温度下的物性参数: 密度 $\rho = 1.185 \text{ kg/m}^3$ 、比定压热容 $c_p = 1004.4 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ 、动力黏度 $\mu = 1.831 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 及导热系数 $\lambda = 0.0261 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$; 对可压缩空气, 密度由理想气体状态方程确定, 参考密度为开放边空气密度, 其余物性参数均为开放边的值. 实际上, 根据自由盘的经典理论解, 层流时盘面附近流场压力仅在边界层内有微弱变化^[1], 其对空气密度的影响也很小, 故本文采用理想气体假设进行研究时认为空气密度变化只受到温度的影响.

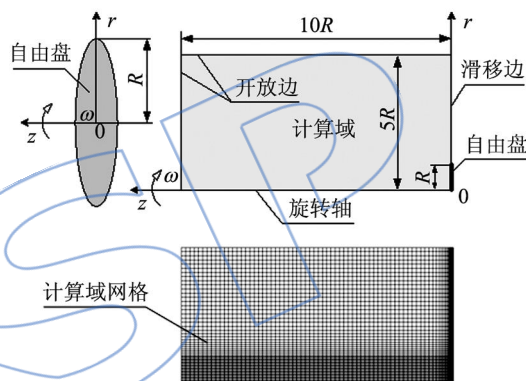


图1 自由盘计算域及网格示意图

Fig. 1 Schematic diagram of numerical domain and mesh of free disk

边界条件: ①自由盘, 盘面为无滑移条件并给定盘面转速, 自由盘层流向湍流过渡的临界雷诺数 $Re_{\omega,c} = \pi \omega R^2 / (30\mu) = 2 \times 10^5$ ^[2], $R = 0.2 \text{ m}$ 时对应的临界转速 $\omega = 740 \text{ r/min}$, 故设置层流自由盘转速 $\omega = 300, 500, 700 \text{ r/min}$, 对应旋转雷诺数分别为 $Re_{\omega} \approx 81300, 135500, 189800$; 盘面温度为 T_w , 且有盘面过余温度按 n 次单项式分布: $T_w - T_f = Cr^n$, 其中 T_f 为开放边温度, C 为常数 (其值见表 1), 指数 $n = 0, 1, 2, 3$. ②滑移边, 边界上为无穿透、自由滑移、绝热条件. ③开放边, 给定压力 $p_f = 101325 \text{ Pa}$ (p_f 在开放边入流时为总压, 出流时为静压); 给定温度 $T_f = 300 \text{ K}$. ④旋转轴, z 轴为旋转轴, 该轴上径向、切向速度均为 0, 轴向速度和温度沿半径的梯度也为 0.

其他条件不变时, 为比较可压流的盘面局部努塞尔数计算值 $Nu_{r,cp}$ 与不可压流计算值 $Nu_{r,incp}$ 的差异, 定义两者之间的相对偏差 ε

$$\varepsilon_r = \frac{Nu_{r, incp} - Nu_{r, cp}}{Nu_{r, incp}} \tag{1}$$

另外,为方便比较盘面相对于来流不同温差对局部努塞尔数的影响,定义无量纲最大温差 θ 和无量纲局部温差 θ_r

$$\theta = \frac{T_{w,r} - T_i}{T^*} = \frac{CR^n}{T^*} \tag{2}$$

$$\theta_r = \frac{T_{w,r} - T_i}{T^*} = \frac{T_w - T_i}{T^*} = \frac{Cr^n}{T^*} \tag{3}$$

式中 T^* 为将温差进行无量纲化而选取的参考温度,恒取为 300 K(与开放边温度 T_i 无关);由式(2)中可知当过余温度的指数 n 确定后,无量纲最大温差 θ 与系数 C 有一一对应关系(见表 1),故下面的讨论中只给出无量纲最大温差 θ 的影响。

表 1 系数 C 及无量纲最大温差 θ 的值

Table 1 Values of coefficient C and dimensionless maximal temperature difference θ

n	$C(\theta)$
0	60(0.2), 90(0.3), 120(0.4), 150(0.5)
1	300(0.2), 450(0.3), 600(0.4), 750(0.5)
2	1500(0.2), 2250(0.3), 3000(0.4), 3750(0.5)
3	7500(0.2), 11250(0.3), 15000(0.4), 18750(0.5)

1.3 计算程序验证

对于自由盘盘面的换热,1963 年 Dorfman^[1] 通过积分求解不可压、常物性能量方程得到盘面局部努塞尔数的理论解. 给定普朗特数 $Pr = 0.71$,盘面温度为常数 $C(n = 0)$ 时,有

$$Nu_r = 0.326 \sqrt{Re_{\omega,r}} \tag{4}$$

盘面过余温度 $T_w - T_i = Cr^2 (n = 2)$ 时,有

$$Nu_r = 0.518 \sqrt{Re_{\omega,r}} \tag{5}$$

式中局部努塞尔数 $Nu_r = h_r r / \lambda$, $h_r = q_w / (T_w - T_i)$ 为盘面局部表面传热系数, q_w 为盘面局部热流密度;局部旋转雷诺数 $Re_{\omega,r} = \rho \omega r^2 / (30 \mu)$. 由理论解可知,盘面换热只受指数 n 影响而与系数 C 无关。

同样采用不可压、常物性假设和相同的边界条件后,利用本文计算程序对前述的自由盘进行数值计算,得到了盘面局部努塞尔数 Nu_r 随无量纲半径 r/R 的分布,如图 2 所示. 由图中可看到,计算结果与理论解符合很好,最大误差约为 1%。

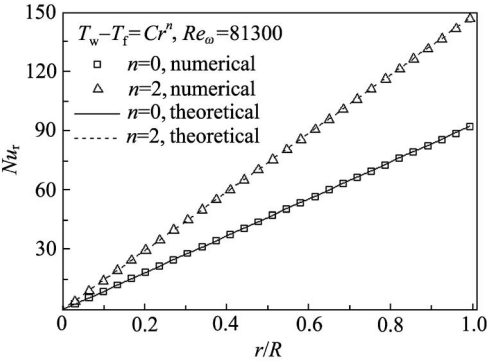


图 2 局部努塞尔数计算值与理论解对比

Fig. 2 Comparison of numerical and theoretical values of local Nusselt number Nu_r

2 计算结果分析

2.1 局部努塞尔数分布

对于不可压流,盘面过余温度表达式的指数 n 及旋转雷诺数 Re_{ω} 对自由盘局部努塞尔数的影响可参见文献[1];基本结论是局部努塞尔数仅取决于 n 及 Re_{ω} ,且随两者的增大均有所增大,这里不再详细讨论. 下面只给出无量纲最大温差 θ 对可压流自由盘局部努塞尔数分布影响。

图 3 所示为自由盘盘面温度为等温分布时 ($n = 0$) 采用可压流 (compressible) 计算所得的盘面局部努塞尔数与不可压流 (incompressible) 的计算值. 由图中可以看到,可压流不同无量纲最大温差 θ 下局部努塞尔数 Nu_r 随无量纲半径 r/R

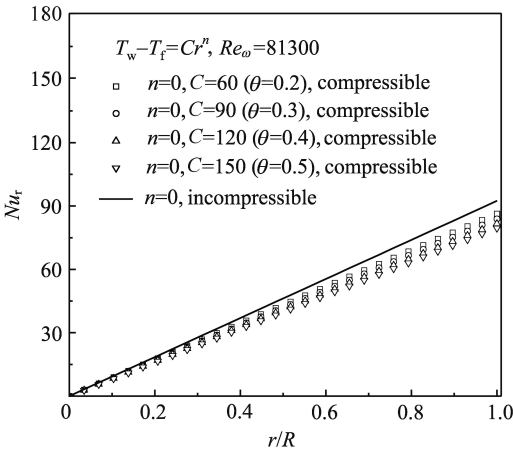


图 3 $n = 0$ 时可压流及不可压流局部努塞尔数 Nu_r 分布 ($\omega = 300 \text{ r/min}$)

Fig. 3 Distribution of local Nusselt number Nu_r of compressible and incompressible flow for $n = 0$ ($\omega = 300 \text{ r/min}$)

的分布均近似呈直线形状,且均低于不可压流的值,这说明盘面局部表面传热系数 h_r 与不可压流情况类似,皆为常数分布;当无量纲最大温差 θ 增大时,可压流的局部努塞尔数减小,盘面局部传热系数降低,这表明其它条件不变时,此时可压流密度变化对换热的影响取决于无量纲最大温差.

图 4 给出了当盘面过余温度按抛物线分布 ($n=2$) 时可压流与不可压流计算所得局部努塞尔数分布. 由图可见,此时可压流 Nu_r 随无量纲半径的分布明显已不呈直线形状;局部努塞尔数在低半径局部温差较小时与不可压流相比偏差较小,但在高半径局部温差较大区域则偏差较大;随着无量纲最大温差的增大,局部努塞尔数减小.

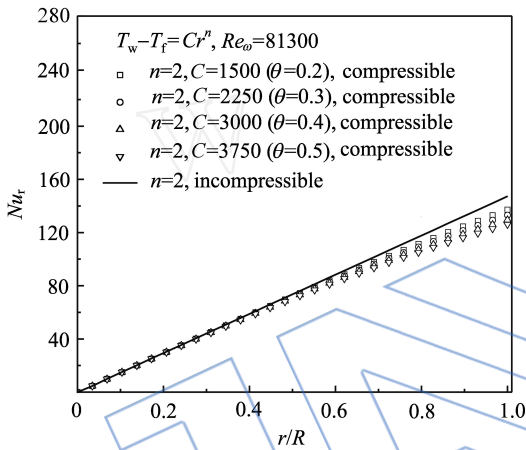


图 4 $n=2$ 时可压流及不可压流局部努塞尔数 Nu_r 分布 ($\omega=300\text{ r/min}$)

Fig. 4 Distribution of local Nusselt number Nu_r of compressible and incompressible flow for $n=2$ ($\omega=300\text{ r/min}$).

2.2 相对偏差随无量纲半径分布

图 5 给所示为转速 $\omega=300\text{ r/min}$ 、无量纲最大温差 $\theta=0.4$ 时,局部努塞尔数的相对偏差 ε 随无量纲半径 r/R 的分布受盘面过余温度分布曲线 $T_w - T_f = Cr^n$ 指数 n 的影响情况. 由图中可看到, ε 随 r/R 的分布具有相应的盘面施加的过余温度 $T_w - T_f$ 随半径 r 的分布特性:过余温度为常数 ($n=0$) 时,相对偏差 ε 随无量纲半径 r/R 的分布也近似为常数;过余温度为直线分布 ($n=1$) 时,相对偏差随无量纲半径呈近似直线的分布; $n=2, 3$ 时的情况也可类推. 对于 $n=0$, 盘面各个半径位置的局部温差 $T_{w,r} - T_f$ 与 $n=1, 2$ 和 3 时相比为最大, 计算所得的相对偏差也在各半径位

置几乎为最大(由于数值误差及出口效应的影响, $n=0$ 时的相对偏差 ε 在盘缘处略低于其他三种曲线分布的结果,这个影响不到 3 %,可以忽略不计).

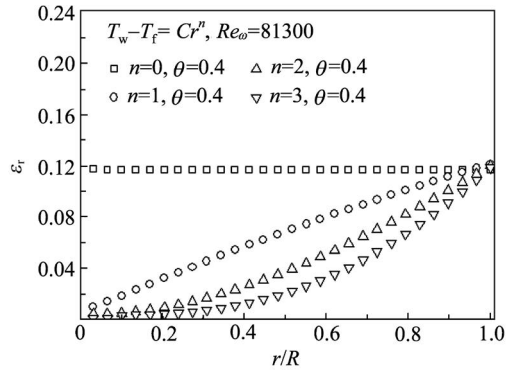


图 5 过余温度指数 n 对相对偏差 ε 分布的影响 ($\omega=300\text{ r/min}$, $\theta=0.4$)

Fig. 5 Effects of exponent of surplus temperature n on relative difference ε ($\omega=300\text{ r/min}$, $\theta=0.4$)

图 6 所示为盘面等温 ($n=0$)、自由盘以 700 r/min 的角速度旋转时相对偏差 ε 分布随无量纲最大温差 θ 的变化情况. 由图中可见不同的 θ 下, ε 随无量纲半径 r/R 的分布均为常数,例如 $\theta=0.2$ ($T_{w,r} - T_f = 60\text{ K}$), $\varepsilon \approx 6.6\%$; $\theta=0.5$ ($T_{w,r} - T_f = 150\text{ K}$), $\varepsilon \approx 14\%$;随着无量纲最大温差 θ 的增大,相对偏差 ε 呈增大的趋势.

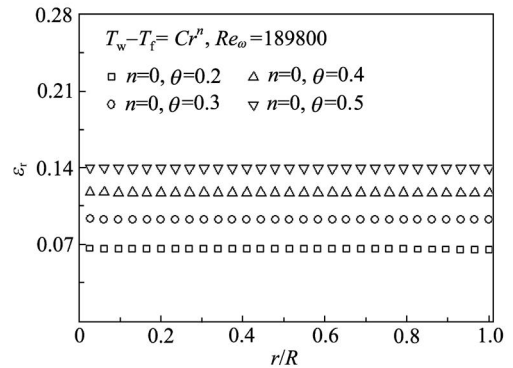


图 6 无量纲最大温差 θ 对相对偏差 ε 分布的影响 ($n=0$, $\omega=700\text{ r/min}$)

Fig. 6 Effects of dimensionless maximal temperature difference θ on relative difference ε ($n=0$, $\omega=700\text{ r/min}$)

图 7 反映了旋转雷诺数 Re_ω 对相对偏差 ε 分布的影响. 由图显见,当过盘面余温度分布曲线指数 n 和无量纲最大温差 θ 恒定时, ε 不受 Re_ω

的影响. 这说明层流时流体密度变化对盘面局部努塞尔数的影响仅取决于 n 与 θ 的综合作用, 而由式(2)和(3)可知 n 与 θ 的综合作用则表现为无量纲局部温差 θ_r 的作用, 下面将对此进行讨论.

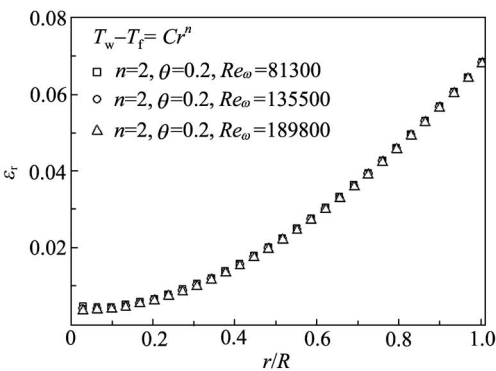


图 7 旋转雷诺数对相对偏差 ε_r 分布的影响
($n=2, \theta=0.2$)

Fig. 7 Effects of rotational Reynolds number Re_ω on relative difference ε_r
($n=2, \theta=0.4$)

2.3 相对偏差随无量纲局部温差分布

图 8 示出了 $\omega=500 \text{ r/min}$ 和 $\theta=0.3$ 时, 局部努塞尔数的相对偏差 ε_r 随无量纲局部温差 θ_r 的分布受盘面过余温度指数 n 的影响. $n=0$ 时 ($\theta=\theta_r$), 由于相应 θ 下 ε_r 近似为常数(如图 6), 故在图 8 中 $n=0$ 时的 ε_r 只给出其面积平均值, 用符号“■”表示. 由图中可看出, 转速及无量纲最大温差 θ 不变时, n 对 ε_r 的影响很小(最大相差 3%), 可忽略, 相对偏差 ε_r 只受到无量纲局部温差 θ_r 的控制.

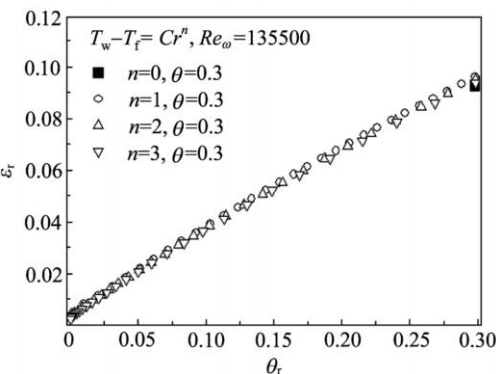


图 8 不同 n 时, ε_r 随 θ_r 的变化规律
($\theta=0.3, \omega=500 \text{ r/min}$)

Fig. 8 Effect of n on variation of ε_r with θ_r
($\theta=0.3, \omega=500 \text{ r/min}$)

图 9 给出了 $n=2$ 和 $\omega=500 \text{ r/min}$ 时, 局部努塞尔数的相对偏差 ε_r 随无量纲局部温差 θ_r 的分布受无量纲最大温差 θ 的影响情况. 由图中可知, 当转速及过余温度分布曲线指数 n 不变时, ε_r 并不受 θ 的影响, 仍然仅取决于无量纲局部温差 θ_r .

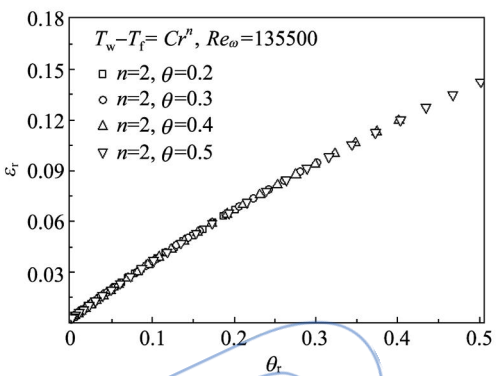


图 9 不同 θ 时, ε_r 随 θ_r 的变化规律
($n=2, \omega=500 \text{ r/min}$)

Fig. 9 Effect of θ on variation of ε_r with θ_r
($n=2, \omega=500 \text{ r/min}$)

图 10 所示为 $n=2$ 和 $\theta=0.5$ 时, 相对偏差 ε_r 随无量纲局部温差 θ_r 的分布受自由盘旋转雷诺数的影响情况. 可以看到, 当过余温度分布曲线指数 n 和盘面无量纲最大温差 θ 不变时, 旋转雷诺数 Re_ω 对相对偏差 ε_r 几乎没有影响, 这与前面的结论一致, ε_r 同样只受无量纲局部温差 θ_r 的影响.

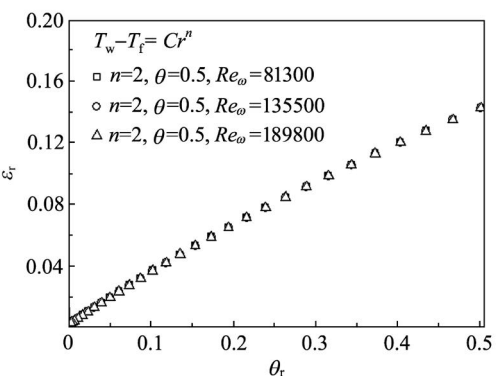


图 10 不同 Re_ω 时, ε_r 随 θ_r 的变化规律
($n=2, \theta=0.5$)

Fig. 10 Effect of Re_ω on variation of ε_r with θ_r
($n=2, \theta=0.5$)

综上所述, 由于温差导致可压缩空气的密度变化, 进而影响了盘面换热; 局部努塞尔数的相对偏差 ε_r 主要取决于无量纲局部温差 θ_r . 本文对自

由盘层流 48 组计算工况的 ε 和 θ 值按式 $\varepsilon = a\theta^b$ (a, b 为常数) 进行拟合, 图 11 为拟合曲线图, 除盘心少数点偏差稍大外, 约 99.2% 的点位于拟合曲线 $\pm 3\%$ 的区间内; 拟合所得计算关联式如下:

$$\varepsilon = 0.25\theta^{0.815} \quad (6)$$

计算范围: $0 \leq Re\omega \leq 200\,000$, $0 \leq n \leq 3$ 和 $0 \leq \theta \leq 0.5$.

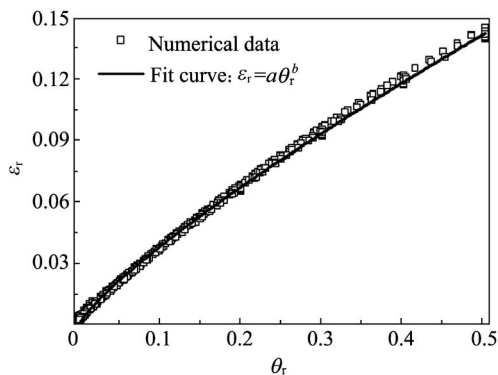


图 11 相对偏差 ε 的拟合曲线

Fig. 11 Fit curve of ε varying with θ

3 结 论

由上述对层流自由盘盘面温度水平对盘面换热影响的分析, 得出结论:

1) 对可压流, 盘面局部努塞尔数 Nu_r 随无量纲半径 r/R 的分布受盘面无量纲最大温差 θ 和盘面过余温度分布曲线的指数 n 共同影响; 而对不可压流则仅受 n 影响.

2) 盘面局部努塞尔数的相对偏差 ε 随无量纲半径 r/R 的分布曲线, 具有相应的盘面施加的过余温度 $T_w - T_f$ 随半径 r 分布曲线的特性.

3) 盘面过余温度分布曲线的指数 n 、盘面无量纲最大温差 θ 、旋转雷诺数 $Re\omega$ 对盘面局部努塞尔数的相对偏差 ε 的影响可忽略, ε 只与盘面无量纲局部温差 θ 有关; 鉴于此, 在定量研究由于采用不可压流假设分析实际涡轮盘腔换热问题所带来的误差时, 可首先确定温差引起的冷气密度变化对盘面换热的影响.

参考文献:

- [1] Dorfman L A. Hydrodynamic resistance and the heat loss of rotating solids[M]. Kemmer N. Edinburgh: Oliver and Boyd Ltd., 1963.
- [2] 曹玉璋, 陶智, 徐国强, 等. 航空发动机传热学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.
CAO Yuzhang, TAO Zhi, XU Guoqiang, et al. Heat transfer of aero-engine[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics Astronautics Press, 2005. (in Chinese)
- [3] Soong C Y. Theoretical analysis for axisymmetric mixed convection between rotating coaxial disks[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1996, 39 (8): 1569-1583.
- [4] Owen J M, Powell J. Buoyancy-induced flow in a heated rotating cavity[R]. ASME, 2004, Paper No. GT2004-53210.
- [5] King M P. Convective heat transfer in a rotating annulus[D]. U.K.: University of Bath, 2003.
- [6] Kim S Y, Han J C, Morrison G L. Local heat transfer in enclosed co-rotating disks with axial throughflow [J]. Transaction of the ASME, 1994, 116: 66-72.
- [7] Herrero J, Giral F, Humphrey J A C, et al. Non-isothermal laminar flow and heat transfer between disks corotating in a fixed enclosure[J]. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1999, 42: 3291-3306.
- [8] Iglesias I, Humphrey J A C. Two- and three-dimensional laminar flows between disks co-rotating in a fixed cylindrical enclosure[J]. Int. J. Numer. Methods Fluids, 1998, 26: 581-603.
- [9] 孙纪宁, 陶智, 丁水汀, 等. 高位进气、径向出流的旋转腔内流动与换热的数值研究[J]. 航空动力学报, 2002, 17 (5): 586-590.
SUN Jining, TAO Zhi, DING Shuiting, et al. Numerical investigation of fluid flow and heat transfer characteristics within a rotating cavity with a high positioned axial inlet and a radial outlet[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17 (5): 586-590. (in Chinese)
- [10] TIAN Shuqing, TAO Zhi, DING Shuiting, et al. Investigation of flow and heat transfer instabilities in a rotating cavity with axial throughflow of cooling air[R]. ASME Turbo. Expro., Vienna: International Gas Turbine Institute, Paper No. GT2004-53525, 2004.
- [11] Gray D D, Giorgini A. The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases[J]. Int. J. Heat Mass Transfer, 1976, 19: 545-551.
- [12] 陈懋章. 粘性流体动力学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
CHEN Maozhang. Fundamentals of fluid dynamics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2002. (in Chinese)